فرض الفصل الأول

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x + x + 1$$

❶ ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها [3 ن]

❷ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.3; -1.2[$ [1 ن]

❸ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ [1 ن]

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = (x+2)(1 - e^{-x})$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

❶ احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ [2 ن]

❷

أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: [1 ن]

$$f'(x) = g(x)e^{-x}$$

ب/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها [2 ن]

❸ عيّن دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}\right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا. [1 ن]

❹

أ/ علما أنّ $\lim\limits_{x \to +\infty} (-xe^{-x}) = 0$ ، بيّن أن (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ [1 ن]

ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ). [1 ن]

❺

أ/ أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) [1 ن]

ب/ تحقق أن معادلة المماس (T) هي: $y_{(T)} = x + 2 - e$ [1 ن]

❻

أ/ جد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات. [1.5 ن]

ب/ مثل بيانيا كل من (Δ)، (T) و (C_f)، (خذ $f(\alpha) \approx -1.87$) [2 ن]

❼ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة: [1.5 ن]

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$$

آباؤنا قديما قالوا:

لي عينوا في الغزال... يبكرلوا

ثانوية: المجاهد صديقي نوري | فرض الفصل الأول | الموسم الدراسي: 2021 / 2022

المستوى: 3 ثانوي - علوم تجريبية | [تصحيح نموذجي مقترح] | الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

I)

❶ دراسة تغيرات الدالة g، وتشكيل جدول تغيراتها:

- النهايات:

• $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ 0.5

• $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ 0.5

- دراسة $g'(x)$: $f'(x) = e^x + 1 > 0$ 1

لدينا: $f'(x) > 0$

إذن الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

1

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

❷ تبيين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α : 0.5

• لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.2;-1.3[$

• ولدينا: $g(-1.2) \times g(-1.3) < 0$ 0.5

لأنّ $g(-1.2) = 0.1$ و $g(-1.3) \approx -0.03$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حل وحيدا α في المجال $]-1.3;-1.2[$

❸ استنتاج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$:

1

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II)

❶ حساب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$:

1

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[\underbrace{(x+2)}_{-\infty}\underbrace{(1-e^{-x})}_{-\infty}\right] = +\infty$

1

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\underbrace{(x+2)}_{+\infty}\underbrace{(1-e^{-x})}_{1}\right] = +\infty$

❷

أ/ تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) =$ $g(x)e^{-x}$:

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - e^{-x} - (-e^{-x})(x+2) \\ &= 1 - e^{-x} + xe^{-x} + 2e^{-x} \\ &= 1 + e^{-x} + xe^{-x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{e^{-x}} + 1 + x\right)e^{-x} \\ &= (e^x + 1 + x)e^{-x} \\ &= \boxed{g(x)e^{-x}} \end{aligned}$$

2

ب/ استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f:

لدينا: $e^{-x} > 0$ 1

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

- جدول تغيرات الدالة f:

1

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$ $+\infty$

❸ تعيين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right) &= f'(\alpha) \\ &= g(\alpha)e^{-\alpha} \\ &= 0 \end{aligned}$$

0.5

- التفسير الهندسي:

المنحنى (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة α

معادلته: 0.5

$$y = f(\alpha)$$

❹

أ/ تبيين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$

مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$:

لدينا:

$$\begin{aligned} &\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x+2)] \\ &= \lim_{x\to+\infty}[(x+2)(1-e^{-x}) - (x+2)] \\ &= \lim_{x\to+\infty}[(x+2)(1-e^{-x}-1)] \\ &= \lim_{x\to+\infty}[-e^{-x}(x+2)] \\ &= \lim_{x\to+\infty}\left[\underbrace{-xe^{-x}}_{0} - 2e^{-x}\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

1

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

لدينا:

$$f(x) - y_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow -e^{-x}(x+2) = 0$$

لدينا: $e^{-x} \neq 0$ ومنه:

$$\Rightarrow -(x+2) = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{x = -2}$$ 0.5

ومنه:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	$+$	0	$-$

- الوضعية:

- (C_f) فوق (Δ) لما $x \in \,]-\infty; -2[$ 0.5
- (C_f) يقطع (Δ) لما $x = -2$
- (C_f) تحت (Δ) لما $x \in \,]-2; +\infty[$

5

أ/ اثبات أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ):

يوجد مماس وحيد يوزي (Δ) معناه يوجد عدد حقيقي وحيد a يحقق: $f'(a) = 1$

لدينا:

$$f'(a) = 1 \Rightarrow e^{-a}(e^{a} + a + 1) = 1$$
$$\Rightarrow e^{a} + a + 1 = e^{a}$$
$$\Rightarrow a + 1 = 0$$ 1
$$\Rightarrow \boxed{a = -1}$$

ب/ التحقق أن معادلة المماس (T) هي:

$$y_{(T)} = x + 2 - e$$

لدينا:

$$y_{(T)} = f'(-1)\big(x - (-1)\big) + f(-1)$$
$$= 1(x+1) + (1)(1-e)$$
$$= x + 1 + 1 - e$$
$$= \boxed{x + 2 - e}$$ 1

6

أ/ ايجاد نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات:

- مع حامل محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(1-e^{-x}) = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ \text{أو} \\ 1 - e^{-x} = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ e^{-x} = 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ \text{أو} \\ x = 0 \end{cases}$$ 1

إذن:

$$(C_f) \cap (xx') = \{-2; 0\}$$

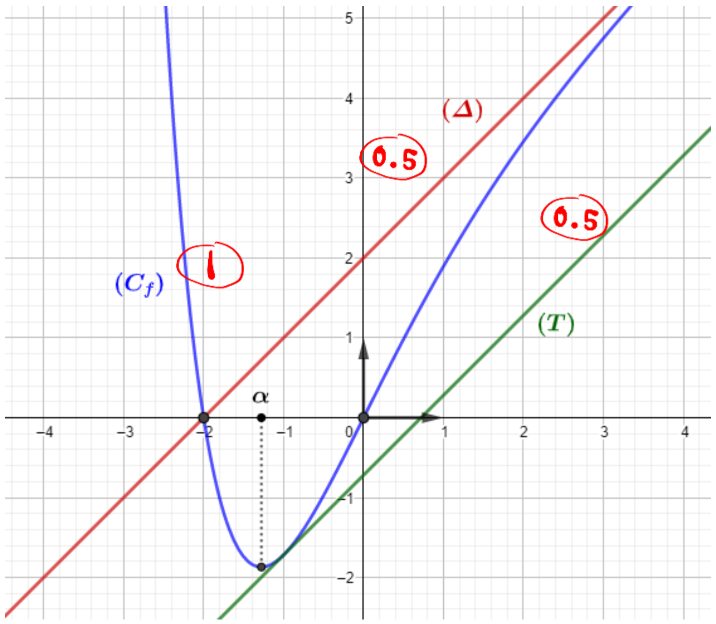
- مع حامل محور التراتيب:

$$f(0) = 0$$ 0.5

إذن:

$$(C_f) \cap (yy') = \{0\}$$

ب/ التمثيل البياني:



7 المناقشة البيانية:

لدينا:

$$\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x} \Rightarrow m - 2 = -e^{-x}(x+2)$$
$$\Rightarrow m = -e^{-x}(x+2) + 2$$
$$\Rightarrow m + x = -e^{-x}(x+2) + 2 + x$$
$$\Rightarrow m + x = (x+2)(1 - e^{-x})$$
$$\Rightarrow m + x = f(x)$$ 0.5

ومنه حلول المعادلة هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$ وهي:

لما	$x < 2 - e$	المعادلة لا تقبل حلول 0.25
لما	$x = 2 - e$	المعادلة تقبل حل وحيد 0.25
لما	$2 - e < m < 2$	المعادلة تقبل حلين متمايزين 0.25
لما	$m \geq 2$	المعادلة تقبل حل وحيد 0.25

♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ♥

ثانوية: المجاهد صديقي نوري	**فرض الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2021 / 2022
المستوى: 3 ثانوي - علوم تجريبية		الأستاذ: قويسم براهيم الخليل
يوم: 04 نوفمبر 2021	تنبيه: يمنع استعمال اللون الأحمر	المدة: 1 ساعة

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$$f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

❶

[1.5 ن] أ/ احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$، وفسّر النتائج هندسيا

[0.5 ن] ب/ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

[1 ن] ج/ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أنّ المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

❷

[1 ن] أ/ بيّن أنه من أجل كل $x \neq 0$ لدينا:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

[1 ن] ب/ استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2) بجوار $+\infty$، محددا معادلته.

[2 ن] ج/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) وكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

❸

[2.5 ن] أ/ بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$، ثم شكل جدول تغيراتها

[2 ن] ب/ بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.8 < \alpha < 0.9$ وَ $-1.4 < \beta < -1.3$

[2 ن] **❹** من أجل كل $(-x) \in D_f$، بيّن أنّ:

$$f(-x) = 1 - f(x)$$

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

[2 ن] **❺** مثل بيانيا كل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f)

[1.5 ن] **❻** ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة

$$(m-1)(e^x - 1)e^{-x} + 1 = 0$$

II) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

[1 ن] **❶** بيّن أنّ الدالة h زوجية

[2 ن] **❷** إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقا من (C_f)، ثم أنشئ (C_h)

آباؤنا قديما قالوا:

لي عينوا في الغزال... يبكرلوا

عينك تنجح في الباك... أبدا ضرك

II)

❶

أ/ حساب $\lim_{x \to 0^>} f(x)$ و $\lim_{x \to 0^<} f(x)$، وتفسير النتائج هندسيا :

- $\lim_{x \to 0^>} f(x) = 1 - \frac{1}{0^+} = -\infty$ 0.5
- $\lim_{x \to 0^<} f(x) = 1 - \frac{1}{0^-} = +\infty$ 0.5

إذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي بجوار $\pm\infty$ معادلته:

$x = 0$ 0.5

أ/ تبيين أنّ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}\right)$$
$$= \lim_{x \to +\infty} \left(x + 1 - \frac{e^x}{e^x(1 - e^{-x})}\right)$$
$$= \lim_{x \to +\infty} \left(x + 1 - \frac{1}{1 - e^{-x}}\right)$$
$$= +\infty$$ 0.5

ب/ حساب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$ 0.5

لأنّ $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

- استنتاج أنّ المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 1)]$$
$$= \lim_{x \to -\infty} \left[x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1} - x - 1\right]$$
$$= \lim_{x \to -\infty} \left[-\frac{e^x}{e^x - 1}\right] = 0$$ 0.5

إذن: المستقيم (Δ_1) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

❷

أ/ تبيين أنه من أجل كل $x \neq 0$ لدينا: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$:

$$f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$$
$$= x + \frac{e^x - 1 - e^x}{e^x - 1}$$
$$= x - \frac{1}{e^x - 1}$$ 1

ب/ استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ_2) بجوار $+\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to +\infty} \left(-\frac{1}{e^x - 1}\right) = 0$$ 0.5

إذن: المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ 0.5

ج/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) وكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2):

- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1):

$$f(x) - y_{(\Delta_1)} = \frac{-e^x}{e^x - 1}$$
$$= \frac{e^x}{1 - e^x}$$

لدينا: $e^x > 0$

إذن إشارة الفرق من إشارة المقام

لدينا $1 - e^x \neq 0$

معناه: $e^x \neq 1$

إذن $x \neq 0$

x	$-\infty$ 0	$+\infty$
$1 - e^x$	$+$	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ_1)	(C_f) تحت (Δ_1)

1

- الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_2):

$$f(x) - y_{(\Delta_2)} = -\frac{1}{e^x - 1}$$
$$= \frac{1}{1 - e^x}$$

لدينا

$1 - e^x \neq 0$

معناه: $e^x \neq 1$

إذن $x \neq 0$

x	$-\infty$ 0	$+\infty$
$1 - e^x$	$+$	$-$
الوضعية	(C_f) فوق (Δ_2)	(C_f) تحت (Δ_2)

1

❸

أ/ تبيين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$:

لدينا:

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

ومنه:

$$f'(x) = 1 - \frac{-e^x}{(e^x - 1)^2}$$
$$= 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$ 1

لدينا $f'(x) > 0$ 0.5

إذن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

1

ب/ تبيين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.8 < \alpha < 0.9$ وَ $-1.4 < \beta < -1.3$:

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]0.8; 0.9[$

ولدينا $f(0.8) \times f(0.9) < 0$

لأنّ: $f(0.8) \approx -0.01$ و $f(0.9) \approx 0.21$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.8; 0.9[$ 1

• لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]-1.; -1.3[$

ولدينا $f(-1.4) \times f(-1.3) < 0$

لأنّ: $f(-1.3) \approx 0.07$ و $f(-1.4) \approx -0.07$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $]-1.4; -1.3[$ 1

❹ تبيين أنّ $f(-x) = 1 - f(x)$:

$$\begin{aligned}
1 - f(x) &= 1 - x + \frac{1}{e^x - 1} \\
&= -x + \frac{e^x - 1 + 1}{e^x - 1} \\
&= -x + \frac{e^{-x}e^x}{e^{-x}(e^x - 1)} \\
&= -x + \frac{1}{1 - e^{-x}} \\
&= -x - \frac{1}{e^{-x} - 1} \\
&= f(-x)
\end{aligned}$$

1

- التفسير الهندسي:

لدينا: $f(-x) = 1 - f(x)$

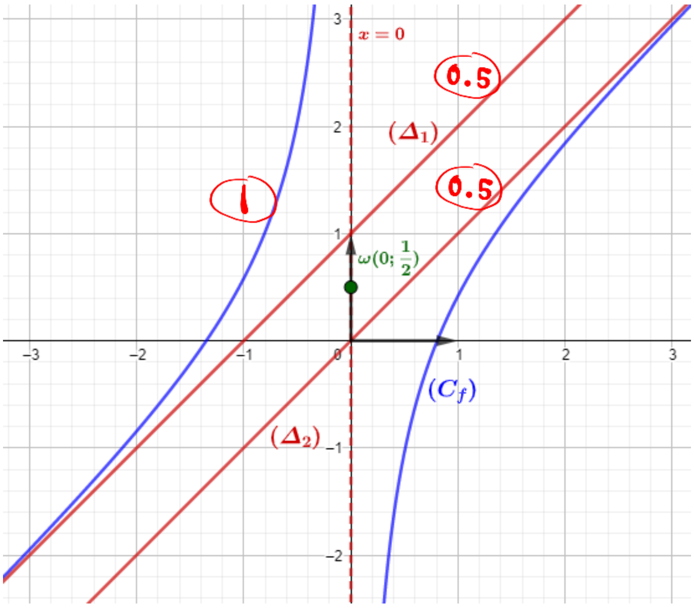
ومنه: $f(x) + f(x) = 1$

ومنه: $f(2(0) - x) + f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)$

ولدينا سابقا: $(-x) \in D_f$

ومنه (C_f) يقبل النقطة ذات الاحداثيات $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ كمركز تناظر له. 1

❺ التمثيل البياني لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_f)



❻ المناقشة البيانية:

$$\begin{aligned}
&(m-1)(e^x - 1)e^{-x} + 1 = 0 \\
&\Rightarrow (m-1)(e^x - 1)e^{-x} = -1 \\
&\Rightarrow (m-1)(e^x - 1) = -e^x \\
&\Rightarrow m - 1 = -\frac{e^x}{e^x - 1} \\
&\Rightarrow m = -\frac{e^x}{e^x - 1} + 1 \\
&\Rightarrow m + x = -\frac{e^x}{e^x - 1} + 1 + x \\
&\Rightarrow f(x) = x + m
\end{aligned}$$

0.75

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$، وهي:

لما $m < 0$ المعادلة تقبل حل موجب 0.25

لما $0 \leq m \leq 1$ المعادلة لا تقبل حلول 0.25

لما $m > 1$ المعادلة تقبل حل سالب 0.25

(III

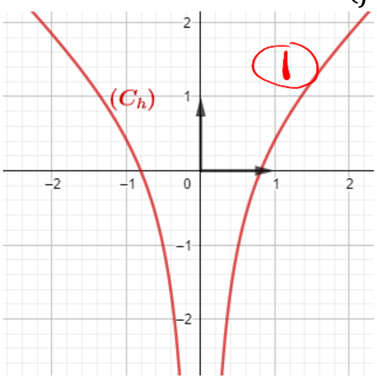
❶ تبيين أنّ الدالة h زوجية:

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية 1

❷ شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

$$h(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & ; \ x > 0 \\ f(-x) & ; \ x < 0 \end{cases}$$



لما $x > 0$ (C_h) ينطبق على (C_f)، 1

وبما أنّ الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب.

♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا

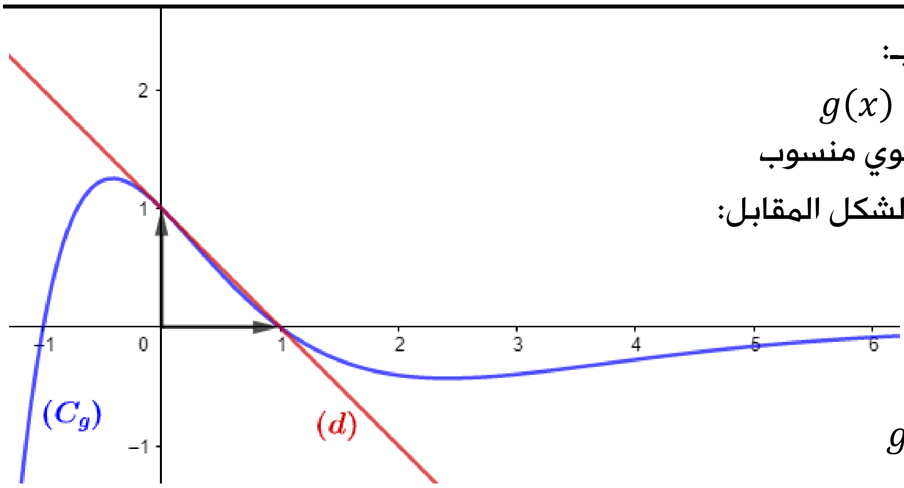
فرض الفصل الأول

تنبيه: يمنع استعمال اللون الأحمر

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (a - bx^2)e^{-x}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس في الشكل المقابل:



❶ بقراءة بيانية:

[0.5 ن] أ/ اكتب معادلة للمستقيم (d)

[1.5 ن] ب/ عيّن $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

[1 ن] ❷ باستعمال ما سبق، بيّن أنّ $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

[1 ن] ❸ عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (1+x)^2e^{-x}$

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

❶

[1 ن] أ/ احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

[2 ن] ب/ علما أنّ $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ ، بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

❷

[2 ن] أ/ بيّن أنّه من أجل كل x حقيقي: $f'(x) = g(x)$

[2 ن] ب/ استنتج تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها

[0.5 ن] ج/ استنتج أن الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$

❸

[1 ن] أ/ عيّن دون حساب $\lim_{x\to 0}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

[1 ن] ب/ اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

[2 ن] ❹ مثل بيانيا كل من (T) و (C_f)

[2 ن] ❺ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(1+x)^2 = me^x$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$

[1 ن] ❶ بيّن أنّ الدالة h زوجية

[1.5 ن] ❷ إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئه

آباؤنا قديما قالوا:

لي عينوا في الغزال... يبكرلوا

عينك تنجح في الباك... أبدا ضرك

I)

1

أ/ كتابة معادلة للمستقيم (d):

المستقيم (d) مستقيم تآلفي ميله (-1) لأنه موازي للمنصف الثاني، ويمر من الترتيبة 1

إذن: $\boxed{y_{(d)} = -x + 1}$ 0.5

ب/ تعيين $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

0.5 $g(-1) = 0$

0.5 $g(0) = 1$

0.5 $g'(0) = -1$

ج/ تبيين أنّ $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$:

لدينا: $g(0) = 1$

ومنه: $(a + b(0)^2)e^{-0} = 1$

إذن: $\boxed{a = 1}$ 0.5

ولدينا: $g(-1) = 0$

ومنه: $(1 + b(-1)^2)e^{-(-1)} = 0$

ومنه: $1 + b = 0$

إذن: $\boxed{b = -1}$ 0.5

2 تعيين إشارة $g(x)$ حسب قيم x:

منحنى الدالة g يقطع حامل محور الفواصل في فاصلتين: $x = 1$ و $x = -1$

ومنه:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

1

II)

1

أ/ حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[\underbrace{(1+x)^2}_{+\infty}\,\underbrace{e^{-x}}_{+\infty}\right]$$
$$= +\infty$$ 1

ب/ علما أنّ $\lim_{x\to+\infty} x^n e^{-x} = 0$ ، تبيين أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[(1 + x + x^2)e^{-x}\right]$$
$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\underbrace{e^{-x}}_{0} + \underbrace{xe^{-x}}_{0} + \underbrace{x^2e^{-x}}_{0}\right]$$ 1
$$= 0$$

• التفسير: 1

(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ معادلته $y = 0$

2

أ/ تبيين أنه من أجل كل x حقيقي: $f'(x) = g(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2(1+x)e^{-x} - (1+x)^2e^{-x} \\ &= e^{-x}(1+x)(2-1-x) \\ &= e^{-x}(1+x)(1-x) \\ &= e^{-x}(1-x^2) \\ &= g(x) \end{aligned}$$ 2

ب/ استنتاج تغيرات الدالة f:

لدينا: $f'(x) = g(x)$ 1

ومنه إشارة المشتقة من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$4e^{-1}$	$\searrow$	0

1

ج/ استنتاج أن الدالة f موجبة على $\mathbb{R}$:

من جدول التغيرات:

أقصى قيمة حدية صغرى تبلغهـــا الدالة f هي 0، ومنه فالدالة f موجبة على $\mathbb{R}$ 0.5

3

أ/ تعيين دون حساب $\lim_{x\to0}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right)$:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to0}\left(\frac{f(x)-1}{x}\right) &= \lim_{x\to0}\left(\frac{f(x)-f(0)}{x-0}\right) \\ &= f'(0) \\ &= g(0) \\ &= 1 \end{aligned}$$ 0.5

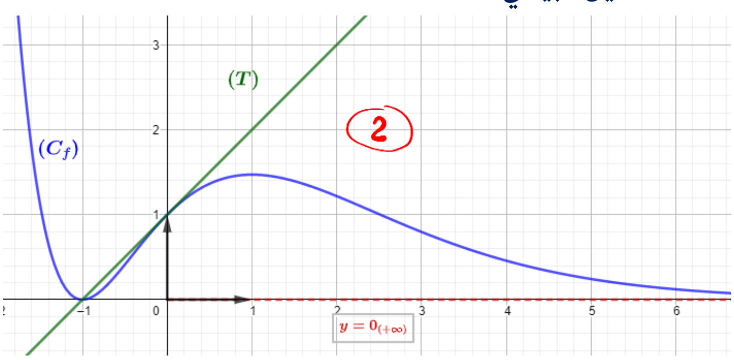
• التفسير الهندسي: 0.5

(C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1

ب/ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0:

$$\begin{aligned} y_{(T)} &= f'(0)(x-0) + f(0) \\ &= x + 1 \end{aligned}$$ 1

4 التمثيل البياني: 2



❺ المناقشة البيانية:

$$(1+x)^2 = me^x$$
$$\Rightarrow (1+x)^2 e^{-x} = m$$ 0.25
$$\Rightarrow f(x) = m$$

ومنه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات

ذات المعادلة $y_m = m$

وهي:

لما $m < 0$ المعادلة لا تقبل حلول 0.25

لما $m = 0$ المعادلة تقبل حل مضاعف سالب 0.25

لما $0 < m < 1$ المعادلة تقبل حل موجب وحلين سالبين 0.25

لما $m = 1$ المعادلة تقبل حل موجب وحل معدوم وحل سالب 0.25

لما $1 < m < 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب 0.25

لما $m = 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حل سالب وحل مضاعف موجب 0.25

لما $m > 4e^{-1}$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب 0.25

III)

❶ تبيين أنّ الدالة h زوجية

$$h(-x) = f(|-x|)$$
$$= f(|x|)$$
$$= h(x)$$

إذن الدالة h زوجية 1

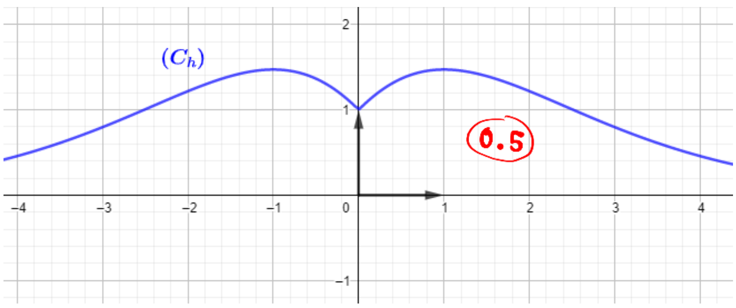
❷ شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

$$h(x) = f(|x|)$$
$$= \begin{cases} f(x) \;;\; x > 0 \\ f(-x) \;;\; x < 0 \end{cases}$$ 0.5

لما $x > 0$: (C_h) ينطبق على (C_f) 0.5

وبما أنّ الدالة h زوجية، فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب.

- إنشاء (C_h)



0.5

♥ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ♥